

TRASFORMAZIONE, FRANGIMENTO, RADIATION STRESSES; RUN UP E SET UP

AA 2017-2018



Monet Paesaggio Marino 1866

*Break, break, break,
On thy cold grey stones, O Sea!*
Lord Alfred Tennyson (1834)

Materiale in parte tratto dal Capitolo 4 del Manuale CEM (Coastal Engineering Manual) dell' USACE (US Army Corps of Engineers, dagli appunti dei corsi dell'Università di Catania (Prof. Enrico Foti e Ing. Rosaria Musumeci) e dalla tesi di dottorato di Marina Monaco. A tutti loro come al solito vanno i ringraziamenti per il prestito e le scuse per gli eventuali travisamenti

Le parti **marcate** in blu o in grigio **o inquadrate** non sono comprese nel programma; si tratta di approfondimenti o curiosità (Facoltative) che servono per dare continuità al discorso e per rassicurare gli studenti più precisi.

Per le applicazioni **bisogna saper rintracciare le formule necessarie**

Le parti in corsivo sono da svolgere autonomamente come esercizio

PREMESSA

Come visto nella prima parte del corso, l'altezza e la direzione delle onde in prossimità della costa non sono eguali a quelle al largo a causa delle trasformazioni che esse subiscono nel movimento verso i bassi fondali

Il fenomeno continua come descritto fin quando non si raggiunge una condizione di instabilità e l'onda frange: si verifica cioè una forte dissipazione di energia e il movimento perde il suo carattere regolare "alla Stokes". Da questo punto in poi, le caratteristiche dell'onda non sono più riconducibili alla teoria lineare, e non si può forse neanche parlare di onde in senso stretto.

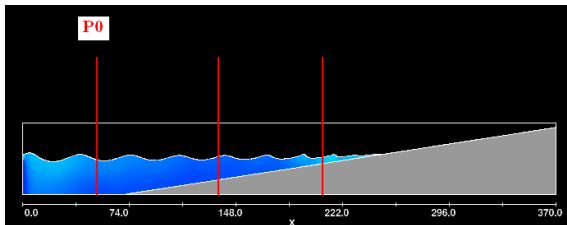
Si ricorre quindi a equazioni diverse e più complesse o a criteri empirici o sperimentali.

La zona di spiaggia interessata da tali condizioni è quella compresa tra il punto di rottura delle onde e la porzione emersa fino alla massima risalita dell'acqua.

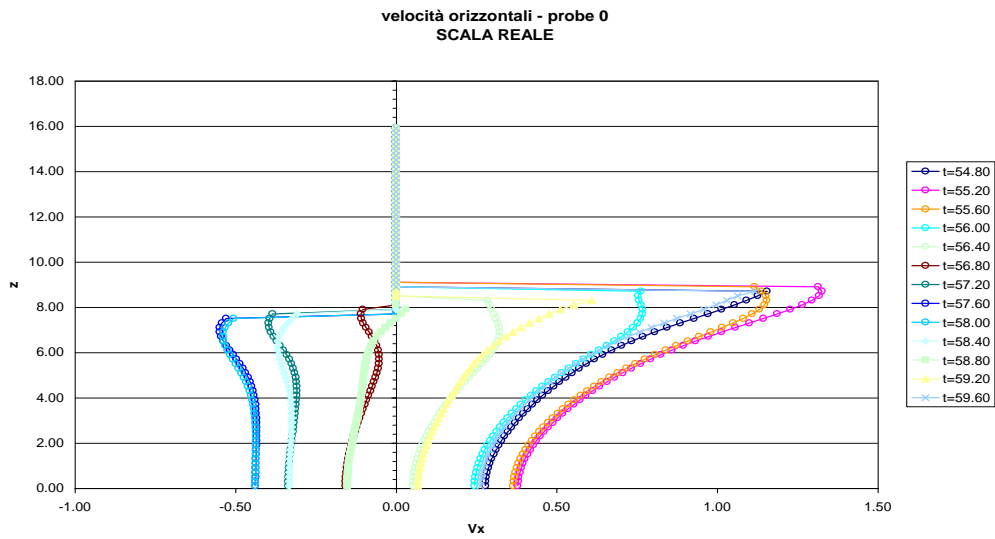
IL FRANGIMENTO DELLE ONDE- PRINCIPI FISICI

Si ha frangimento (rottura) delle onde quando queste perdono le proprie caratteristiche di regolarità (traslazione nel tempo e nello spazio) e di moto essenzialmente non dissipativo (=senza dissipazione di energia-moto non viscoso) il frangimento è comunque spesso facilmente identificabile per l'intensa formazione di schiuma, derivante dalla formazione di moto turbolento. I meccanismi che danno origine al frangimento sono vari: l'azione del fondo (ampliamento dello strato limite); la formazione di gradienti o pendenze eccessivi sulla cresta; l'interazione con correnti o onde riflesse. Alcuni di questi meccanismi sono presenti anche su alti fondali ("cavalloni", "whitecaps"); nel seguito, tuttavia si descrive esclusivamente la rottura su bassi fondali.

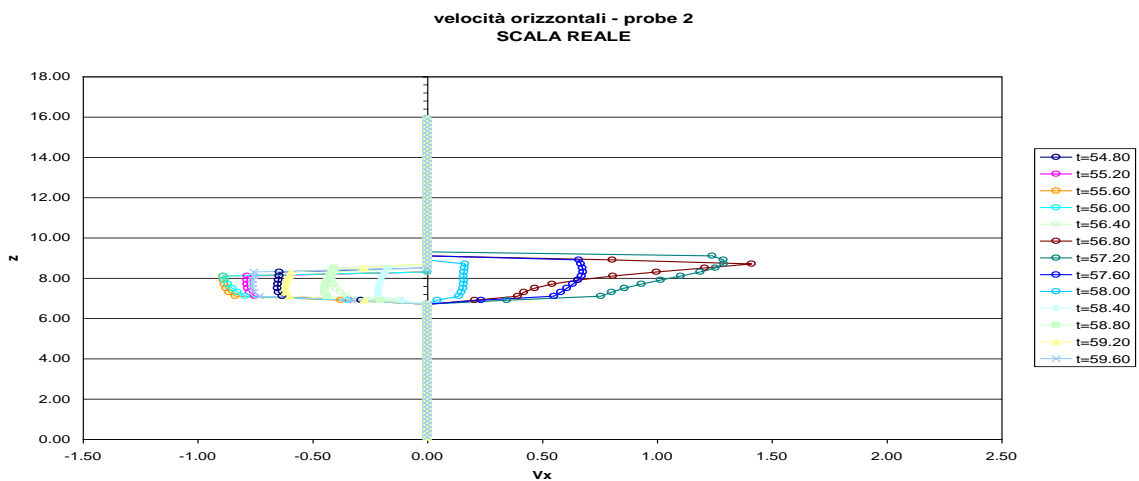
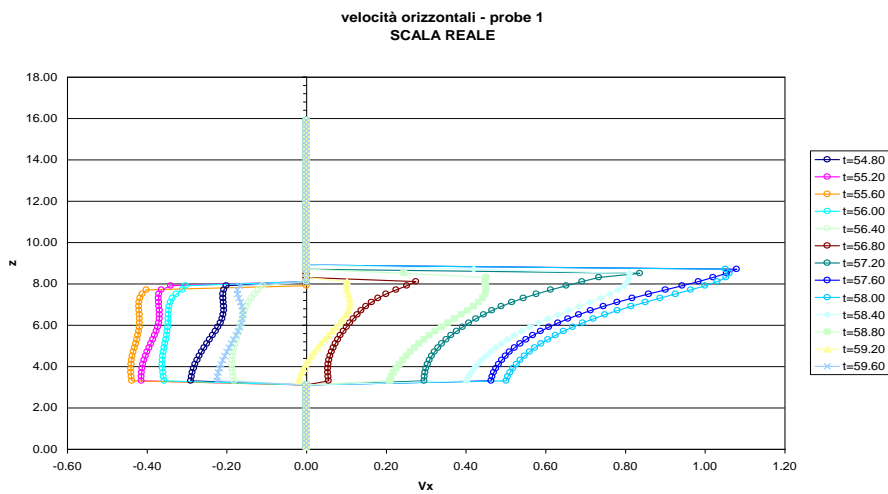
Paragonando i profili di velocità nelle figure seguenti, - ottenuti attraverso un software di integrazione numerica delle equazioni di Navier Stokes (FLOW3D), mediate e con un modello di simulazione della turbolenza) si vede bene la differenza tra le onde quali sono previste della teoria del moto a potenziale e le onde reali - o almeno di una più realistica rappresentazione matematica, in cui la dissipazione e la turbolenza giocano un ruolo importante.



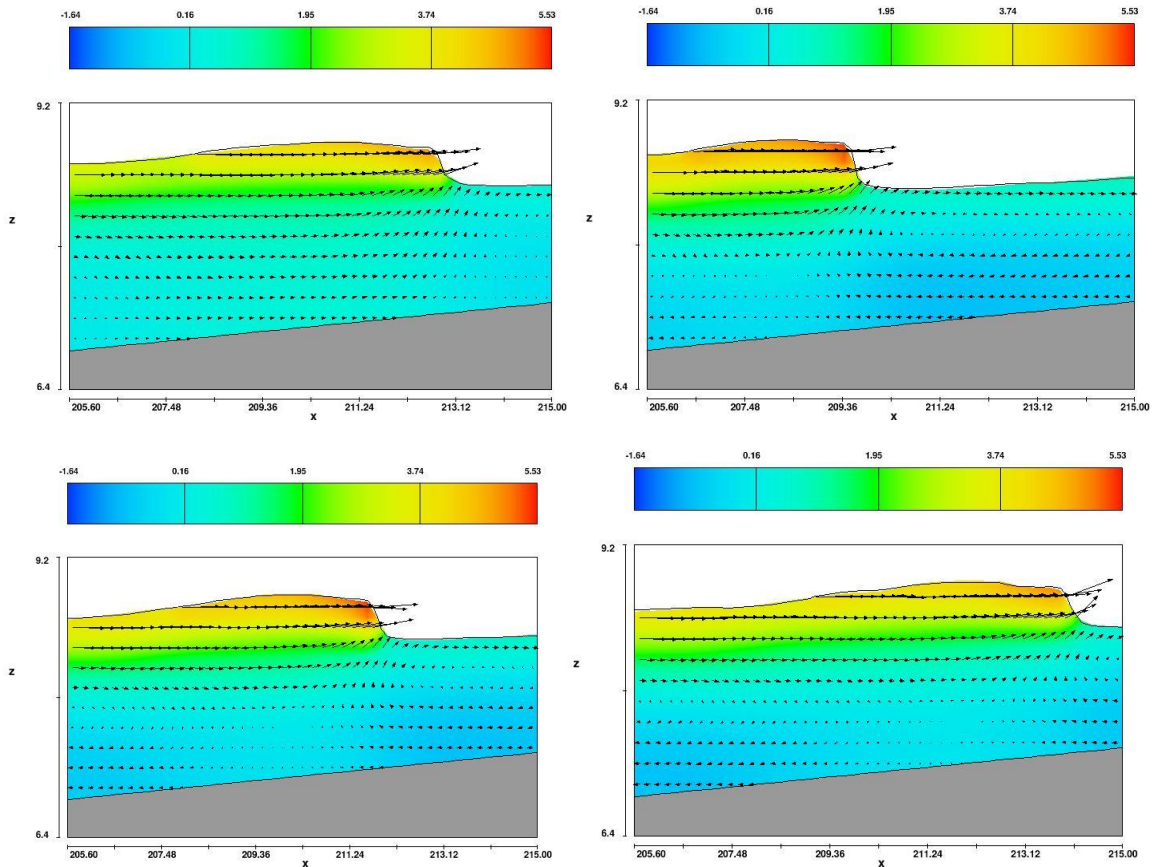
Nella sezione 0, l'aspetto più evidente è la dissimmetria della velocità nella zona superiore. E' inoltre visibile il forte gradiente della velocità orizzontale V_x vicino al fondo: software impone correttamente $V_x = 0$, ma esiste uno strato di fluido influenzato dalla parete (strato limite) molto sottile, che non si vede nella rappresentazione grafica.



Nelle sezioni più vicine alla riva si vede come da un parte i profili tendano ad appiattirsi nella zona inferiore (come previsto anche dal moto a potenziale), ma dall' altra i gradienti diventano molto maggiori verso la superficie (in contrasto con questa teoria)



Le immagini successive mostrano invece un esempio di sviluppo di turbolenza in vicinanza della frangimento; i colori rappresentano l'intensità dell'energia cinetica turbolenta K (somma dei quadrati delle componenti fluttuanti della velocità).



Questo tipo di studio numerico così dettagliato può essere impiegato per chiarire gli spetti fluidodinamici del frangimento, ma è troppo complesso per la pratica ingegneristica corrente, per la quale è necessario adottare un approccio più empirico. Occorre dunque introdurre una classificazione qualitativa del frangimento delle onde su bassi fondali.

IL FRANGIMENTO DELLE ONDE- CLASSIFICAZIONE E DESCRIZIONE FISICA QUALITATIVA

I meccanismi stessi del frangimento sono complessi e non ben classificabili: esistono differenti forme di rottura dipendenti sia dalle caratteristiche dell'onda (altezza e lunghezza) che dalla pendenza del fondale. Si utilizzano indici empirici, tra i quali è importante quello di **Iribarren**, che è sostanzialmente la pendenza del fondo $\tan(\beta)$ rapportata alla la radice quadrata della pendenza dell'onda

$$\xi_0 = \frac{\tan(\beta)}{\sqrt{(H_0 / L_0)}}$$

con

H_0 = Altezza in acque profonde
 L_0 = Lunghezza d'onda in acque profonde =
 $\tan(\beta)$ = pendenza del fondo

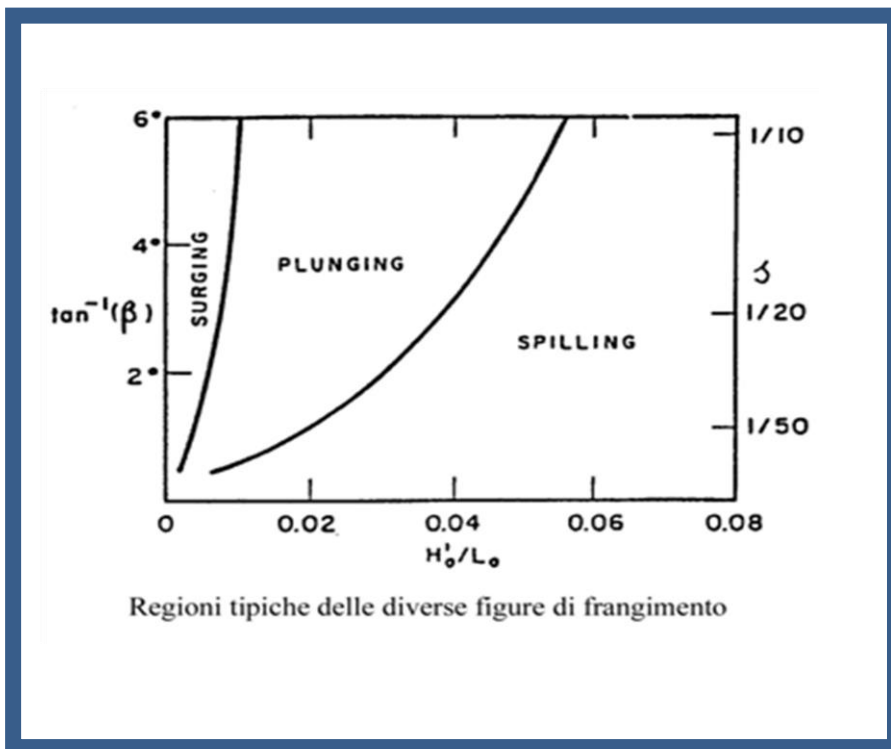
$$L_0 = \frac{g \cdot T_0^2}{2\pi}$$

Un utile esercizio consiste nel valutare questo indice a partire dai dati tipici di una mareggiata (H_s , T_m o T_p)

A seconda del valore di questo indice, si hanno diversi tipi di frangimento, classificati solitamente con i termini “**spilling**”, “**plunging**”, “**surging**” (esistono altre classificazioni: ma quelle citate sono le più diffuse).

E' importante comprendere che le caratteristiche del fenomeno sono legate, secondo la tabella e la figura seguenti, al parametro ξ_0 , che compare in molte formule relative alla verifica delle opere marittime

Tipo di frangimento	ξ_0
spilling	<0.4
plunging	0.4-2.0
surging	>2.0



Spilling

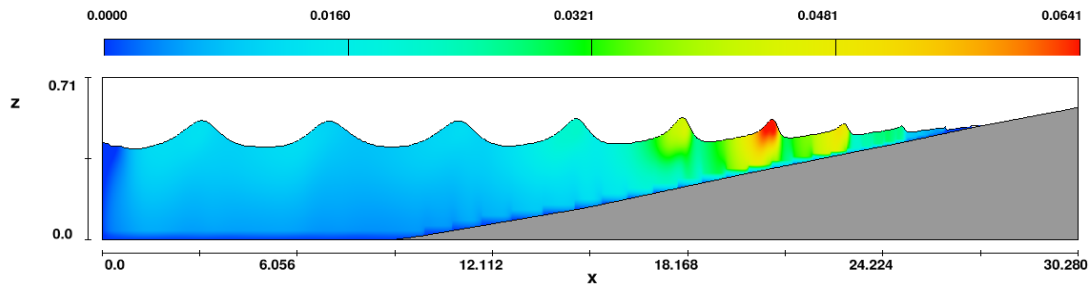
$\xi_0 < 0,4$; Comportamento "dissipativo" (Molta energia viene dissipata mentre l'onda procede, e quindi riflette una bassa percentuale dell' energia in arrivo)



Spilling breaker

Il frangimento di tipo spilling è caratterizzato da cresta abbastanza simmetrica rispetto all'asse verticale.. Presenta schiuma sul lato della cresta dalla parte del verso di propagazione del moto ondoso (la schiuma "spilla").

Esso è associato a fondali orizzontali o a modesta pendenza (spiagge)



FLOW-3D t=60.00 y=5.000E-01 ix=2 to 1515 kz=2 to 52
18:19:06 07/17/2006 http hydr3d: version 9.2 amd64-4nx 2006
Articolo Tanimoto

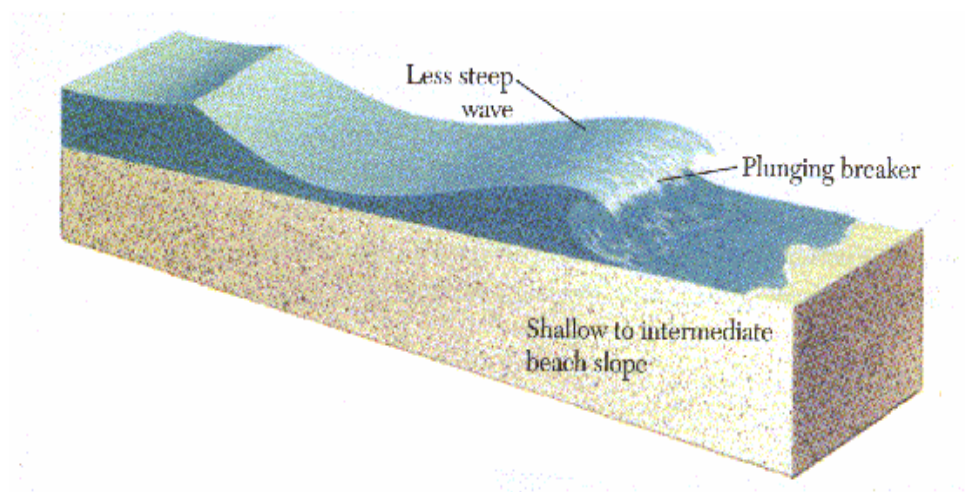
Spilling: i colori rappresentano l'intensità dell' energia cinetica turbolenta K (somma dei quadrati delle componenti fluttuanti della velocità)

Plunging



(nell'immagine, probabilmente plunging)

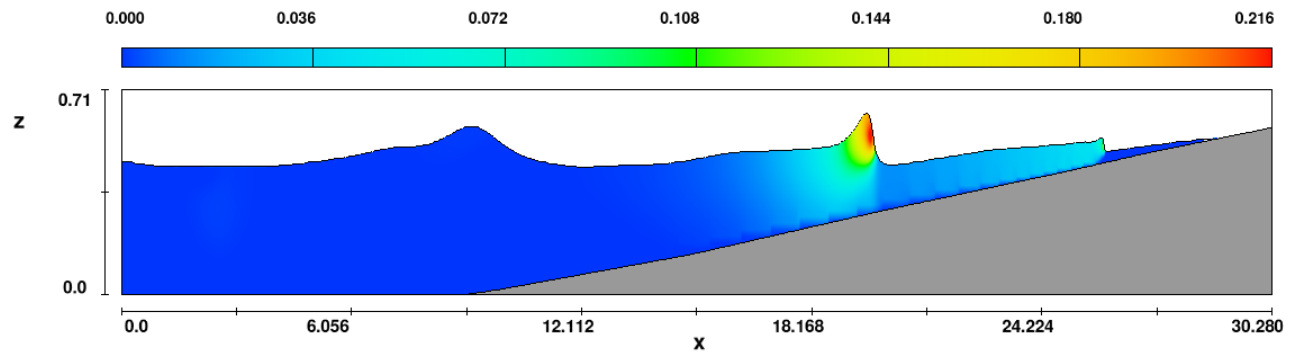
$0,4 < \xi_0 < 2$; Comportamento "intermedio " rispetto alla riflessione dell'energia



Plunging breaker

Il frangimento di tipo plunging è caratterizzato da una cresta non simmetrica rispetto cresta, con la presenza di un "getto" e di una successiva "caduta" (tuffo, "plunging") dalla parte del verso della propagazione del moto ondoso.

Esso è associato a fondali a media pendenza. Questo tipo di fenomeno non è ben riprodotto dai modelli numerici, tuttavia, la figura seguente ne da' un'idea:



FLOW-3D t=60.00 y=5.000E-01 ix=2 to 1515 kz=2 to 52
19:43:00 07/22/2008 tvwk hydr3d: version 9.2 amd64-linux 2006
Articolo Tanimoto

Plunging: i colori rappresentano l'intensità dell' energia cinetica turbolenta K (somma dei quadrati delle componenti fluttuanti della velocità)

Surging

$\xi_o > 2$; Comportamento "riflessivo" (Riflette una percentuale importante dell' energia in arrivo)

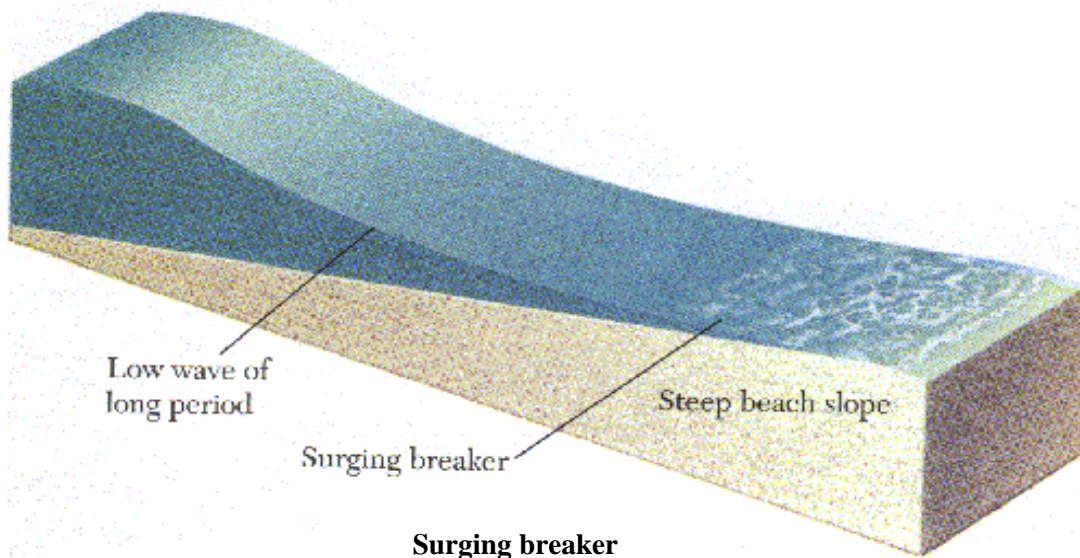
Il frangimento di tipo surging è caratterizzato da un innalzamento ("surging") della superficie dell'acqua prima della rottura.

Esso è associato a fondali a forte pendenza ed è quindi tipico di coste rocciose o opere marittime.



(nell'immagine, surging su una parete quasi verticale)

Ma poiché la ripidezza che governa il fenomeno è relativa alla ripidezza dell'onda, anche su una



spiaggia ci può essere una specie di surging:

IL FRANGIMENTO DELLE ONDE- TRATTAZIONE EMPIRICA

Frangimento

Il punto esatto dove avviene il frangimento non è facilmente stimabile o prevedibile, e per la sua determinazione esistono vari criteri empirici più o meno complessi; E' importante comunque comprendere che il fenomeno del frangimento avviene in maniera ripetuta per una considerevole lunghezza, specialmente nel caso di frangimento "spilling"; una volta rotta l'onda, e dissipata una parte dell' energia, il moto ondoso riprende con altezza ridotta per poi rompersi ulteriormente, e così via. E' sufficiente guardare una spiaggia durante una mareggiata per convincersene.

Un criterio di frangimento assai semplice, ma molto usato è il seguente:

Hr = 0,8 hr

Con Hr altezza d'onda al frangimento, e hr profondità d'acqua corrispondente.

Per il caso, più frequente ed importante, di una mareggiata con onde random, is può utilizzare l'altezza significativa. Naturalmente i valori così ottenuti hanno solo significato statistico. Ma si tratta, in ogni caso di formule molto approssimative,

Esistono naturalmente altre formule empiriche più complete e complesse. Ad esempio quelle di Goda (per onde regolari)

$$H_S = L_0 \cdot \text{coeff} \cdot \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{1.5 \cdot \pi \cdot h}{L_0} \cdot \left(1 + 15 \cdot \tan^{4/3} \theta \right) \right] \right\} \quad \text{Goda}$$

dove

H_s = Altezza significativa

$$\frac{g \cdot T_m^2}{2 \cdot \pi}$$

L₀ = Lunghezza d'onda =

Coeff. = coefficiente 0.12 o 0.18

h = profondità del fondo

β = angolo del fondo con l'orizzontale (es. $\tan \beta = 1/25$)

Per onde irregolari, cioè casuali caratterizzate da uno spettro esistono le formule di Kamphuis

$$H_S = 0.0955 \cdot \exp(4.0 \cdot m) \cdot L_{pd} \cdot \tanh(2\pi h / L_{pd}) \quad \text{Kamphuis}$$

$$H_S = 0.56 \cdot \exp(3.5 \cdot m) \cdot h \quad \text{Kamphuis semplificato}$$

dove

H_s = Altezza significativa

h = profondità del fondo

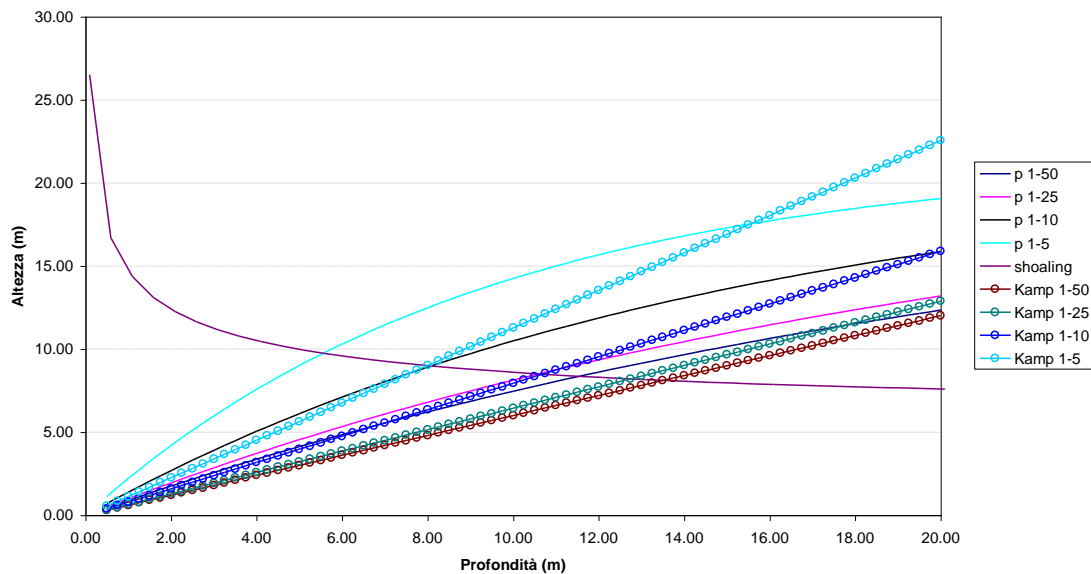
m = pendenza del fondo

L_{pd} = lunghezza d'onda calcolata con il periodo di picco nel punto di frangimento

Queste formule forniscono in media il valore dell'altezza d'onda in funzione del fondale: l'onda, dopo la rottura si riforma con altezza ridotta, e quindi continua ad avanzare verso la spiaggia finché non si ritrova un'altra volta in condizioni di rottura a causa del diminuire del fondale. A questo punto, nuova rottura, nuova formazione e così via. Esse possono quindi essere utilizzate per seguire l'evoluzione dell'altezza d'onda mano a mano che ci sia avvicina alla battigia. Il grafico seguente illustra un esempio ottenuto sovrapponendo i risultati ottenuti del frangimento con le formule di Goda e di Kamphuis, al profilo di shoaling lineare, che come si ricorderà, è dato da:

$$K_s = \frac{H}{H_o} = \sqrt{\frac{C_{g_o}}{C_g}} = \sqrt{\frac{C_o}{C} \cdot \frac{n_0}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cosh^2(kh)}{2kh + \sinh(2kh)}}$$

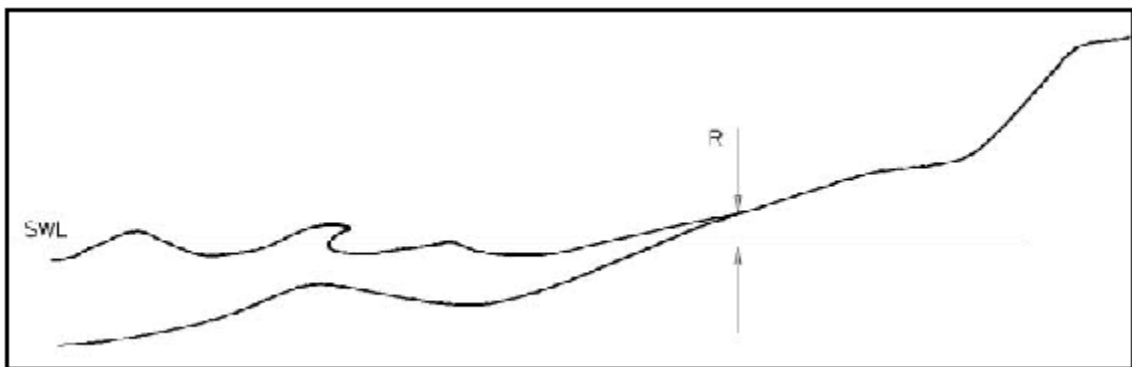
VARIAZIONE ONDA FRANGENTE (Goda- Kamphuis) - SHOALING
 periodo $T = 8.75s$ - $H_s = 7.00m$

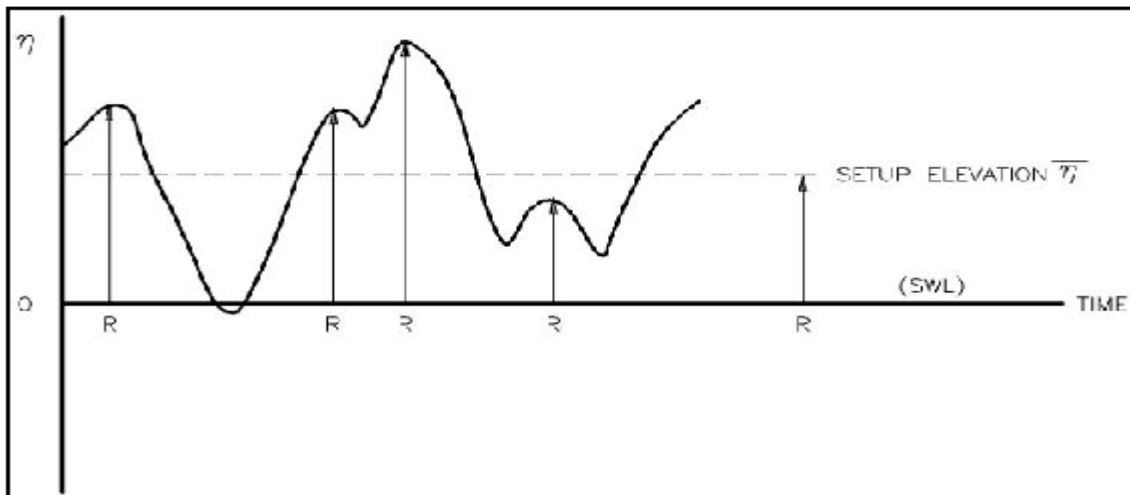


Per ottenere dunque l'altezza d'onda ad una determinata profondità si segue il grafico "shoaling" (linea continua) fino ad intercettare la curva di frangimento prescelta; da quel punto in poi si segue la curva di frangimento. (entrambe le formule presentano una dipendenza dalla pendenza della spiaggia). Il grafico non riporta la curva relativa alla formula empirica più semplice e lineare riportata prima, che è spesso utilizzata per praticità: è utile tracciarla per esercizio sul diagramma.

Run-up (Risalita)

Nella zona di surf (frangimento) una parte del moto oscillatorio delle onde incidenti è convertita dal processo di frangimento in una traslazione in avanti della massa d'acqua. Si tratta del noto fenomeno del **run-up R**, definito come l'elevazione verticale rispetto al livello marino in quiete raggiunta dall'acqua durante la sua risalita.





Il run-up di una singola onda appartenente ad un treno d'onde irregolari è influenzato dagli effetti delle onde precedenti e seguenti l'onda stessa. Il Run up va peraltro studiato per sua natura con tecniche statistiche; esso è quindi caratterizzato da una funzione di distribuzione e dalla sua cumulata¹. Si dovranno dunque indicare valori di risalita che vengono superati una data percentuale di volte; per determinare tali valori si usano formule empiriche, di cui ne esiste un'infinita varietà; hanno tutte struttura piuttosto simile, ad esempio, quelle di Maze (Shore Protection Manual): (valori numerici non a memoria, solo struttura)

$$\frac{R_{2\%}}{H_0} = 1.86 \cdot \xi^{0.71} \quad \frac{R_{1/10}}{H_0} = 1.70 \cdot \xi^{0.71} \quad \frac{R_{1/3}}{H_0} = 1.38 \cdot \xi^{0.70} \quad \frac{R_{medio}}{H_0} = 0.88 \cdot \xi^{0.69}$$

R2%= valore di run-up superato dal 2% delle onde in arrivo sulla costa.

R1/10 = valore di run-up corrispondente alla media di 1/10 delle altezze d'onda in arrivo sulla costa.

R1/3 = valore di run-up corrispondente alla media di 1/3 delle altezze d'onda in arrivo sulla costa.

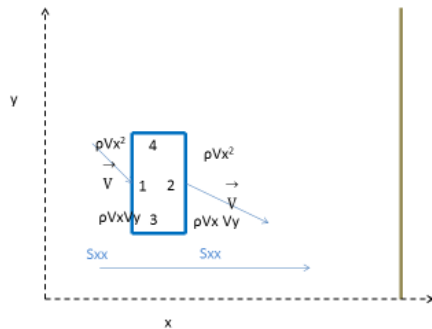
Rmedio= valore di run-up corrispondente alla media di tutte le altezze d'onda in arrivo sulla costa.

Queste relazioni di tipo sperimentale esprimono il rapporto tra R, i parametri caratteristici dell'onda al largo (altezza d'onda H_0 e periodo T_0) e la morfologia trasversale di spiaggia rappresentata con la pendenza $\tan(\beta)$. I parametri di input sono relativi alle caratteristiche dell'onda a largo ed alla morfologia trasversale di spiaggia. E' importante notare che molte di queste formule – come quelle di Maze - tengono già conto dell'effetto di set-up (di cui si dirà nel seguito). Nella maggior parte dei casi le formule si riferiscono a mareggiate random e quindi di solito per H_0 si deve intendere l'altezza significativa, per T_0 il periodo medio

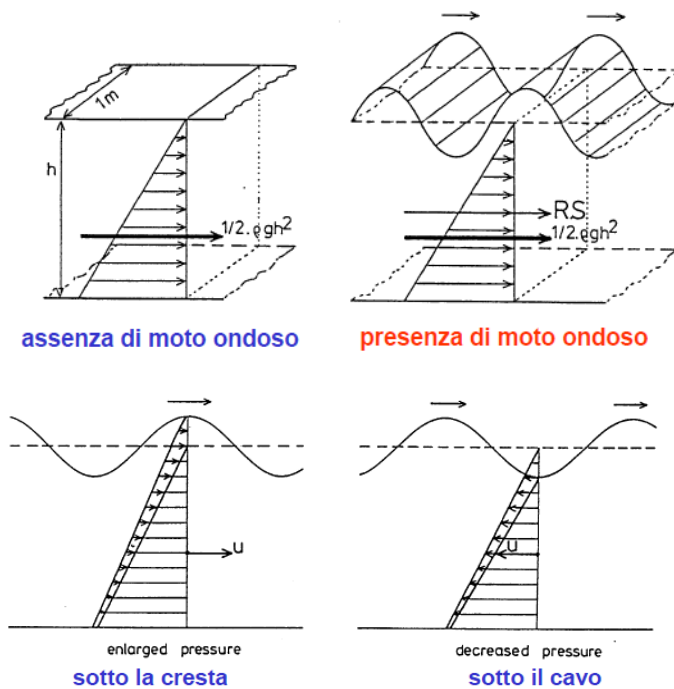
I "RADIATION STRESSES"

La presenza delle onde provoca anche un'azione di trascinamento sulla massa d'acqua, ed induce quindi la formazione di correnti. Per comprenderne il significato e l'espressione si consideri un volume di controllo, definito da un rettangolo orientato lungo x ed y sul piano x orizzontale e con profondità h.

¹ (si pensi ad esempio alle onde al largo che si distribuiscono secondo la distribuzione di Raleigh)



Si consideri, dall'equazione globale dell'equilibrio idrodinamico il flusso della quantità di moto $\rho \vec{V} V_n$ attraverso la superficie, dove \vec{V} è velocità orbitale istantanea, V_n la sua componente normale alla superficie. Come si sa dalla teoria delle onde di Airy, tutte queste grandezze variano nel tempo con legge sinusoidale.



Si può dunque fare un bilancio di quantità di moto mediato nel tempo (almeno un periodo dell'onda, per onda monocromatica; molte volte T_m per onde random); **operazione molto simile a quella svolta in Fluidodinamica per introdurre il fenomeno degli sforzi turbolenti o "sforzi di Reynolds"**.

Il **radiation stress** è un tensore, in due dimensioni non isotropico, e le sue componenti sono **S_{xx} , S_{xy} , S_{yx} , S_{yy}** .²

² Nella trattazione bidimensionale che stiamo facendo, esso non è dimensionalmente una tensione (forza per unità di area, ossia N/m^2), ma invece una forza per unità di lunghezza nel piano x-y (N/m); esso deriva dall'integrazione della tensione lungo la profondità Z.

Se le condizioni d'onda sui due bordi opposti, cioè tra i piani 1 e 2 o tra i piani 3 e 4 della figura, considerato sono identiche, anche le componenti del radiation stress sulle facce opposte della colonna sono identiche e, pertanto, non si genera nessuna forza aggiuntiva. Se però le condizioni d'onda variano nello spazio allora si genera una forza; la cosa importante è dunque la derivata spaziale dei radiation stress.

La formulazione generale dei radiation stress in un campo di onde è complessa, e solo utile nell'ambito di modelli generali che comprendano sia il moto ondoso sia la circolazione. Ci sono però due risultati relativi a casi semplici, che forniscono indicazioni importanti sui fenomeni di idrodinamica costiera.

Nel seguito si assumono gli assi in maniera tale che **X sia orientato nella direzione di propagazione dell'onda e Y lungo la cresta dell'onda** :

Sxx (valore mediato nel tempo e integrato sulla superficie del flusso di quantità di moto e di pressione indotto dalle onde, agente sulla superficie di normale x e orientato lungo x)

Syy (valore mediato nel tempo e integrato del flusso di quantità di moto e di pressione indotti dalle onde, agente sulla superficie di normale y e orientato lungo y)
individuano le componenti normali dei radiation stress,

mentre Sxy (valore mediato nel tempo e integrato del flusso di quantità di moto e di pressione indotti dalle onde, agente sulla superficie di normale x e orientato lungo y) è nullo.

Consideriamo per primo il caso in cui l'onda si propaga normalmente ad una spiaggia rettilinea con batimetriche anch'esse rettilinee, e parallele tra di loro. y è orientato nella direzione della costa, x lungo la perpendicolare

La derivazione è complessa e non necessaria qui (una buona esposizione è sul capitolo di E.Foti "Idrodinamica della surf zone "idrodinamica costiera modificato")

Limitandosi al caso di onda monocromatica (= sinusoidale semplice) si ottiene che:

$$S_{yy}=0$$

E inoltre

$$S_{xx} = \left(\frac{1}{8} \rho g H^2 \right) \cdot \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right) \right] = (2n - 1/2) E$$

$$S_{yy} = (n - 1/2) E$$

Naturalmente $E = \left(\frac{1}{8} \rho g H^2 \right)^3$. Ricordando che

$$n = \frac{C_g}{C} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right)$$

per $n = 0,5$ in acqua profonda, $n = 1$ in acqua bassa, si ha

$$S_{xx} = \frac{1}{2} E \quad \text{in acqua profonda}$$

³ Vale per un'onda sinusoidale. Per onde random, si può assumere la stessa formula sostituendo ad H il valore H_{rms} dello stato di mare. Ricordare che H_{rms} è legata a H_s .

$S_{xx} = 3/2 E$ in acque basse

(Si ricordi che $E=1/8 \rho g H^2$ per un'onda sinusoidale)

Un'altra relazione importante si ottiene invece per S_{xy} , **nel caso in cui la direzione di propagazione fa un angolo α** con la x . (Gli assi X ed Y sono sempre orientati rispettivamente in direzione normale e parallela alla costa, le batimetriche sempre rettilinee e parallele); si ottiene in questo caso

$$S_{xy} = E \cdot n \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) = E \cdot n \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$

I semplici esempi di radiation stresses illustrati sopra aiutano a comprendere alcuni fenomeni molto importanti: tra di essi il set-up e le correnti lungo costa (longshore)

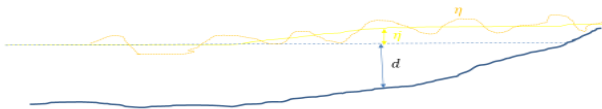
SET UP /SET DOWN (INNALZAMENTO MEDIO)

Nel seguito si usano le notazioni del Manuale dell' US Army Corps of Engineers

Il setup $\bar{\eta}$ è definito come la sopraelevazione del livello medio del mare a causa del moto ondoso incidente sulla costa: assumiamo qui come suo riferimento il livello medio del mare in condizioni di calma. Si ha quindi che il livello medio mare durante una mareggiata d è diverso dal livello medio mare in acqua calma h . Definiamo quindi:

$$d = h + \bar{\eta}$$

Le tre grandezze sono tutte ovviamente funzione della coordinata orizzontale x .⁴



Il fenomeno è strettamente legato alla circolazione ed è molto complesso. In condizioni semplici, cioè di **batimetriche rettilinee e parallele e direzione di propagazione x perpendicolare alla spiaggia (dunque fronte d'onda parallelo alle batimetriche)**, si ha $\bar{\eta}$ è governato dall'equazione

$$\Delta S_{xx} = -\gamma h \Delta \bar{\eta} \tag{1}$$

Con:

$$\gamma = \rho g ;$$

x l'ascissa orizzontale orientata verso terra

x_i l'ascissa dell'i-esimo intervallo ; $x_i = i \Delta x$

$\Delta \bar{\eta}$ la variazione di $\bar{\eta}$ in un intervallo Δx .

h la profondità locale

⁴ Nella prima parte del corso si sono utilizzati indifferentemente i due simboli h e d , perché non veniva considerato il set up $\bar{\eta}$

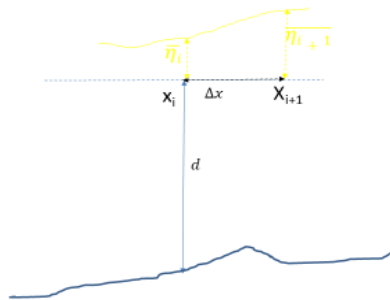
(Si ricordi inoltre che, come osservato prima, S_{xx} è una forza su unità di lunghezza).

La relazione si può ottenere con un semplice ragionamento fisico: se la profondità media aumenta di $\Delta \bar{\eta}$, la spinta dovuta alla pressione idrostatica aumenta di $\gamma h \Delta \bar{\eta}$ (l'incremento di pressione $\gamma \Delta \bar{\eta}$ moltiplicato per la superficie $h \times 1$ su cui esso agisce).

, la forza esercitata dalla variazione di S_{xx} sulla colonna d'acqua, di larghezza unitaria, nella direzione x è bilanciata dal gradiente di pressione statica dovuto alla variazione di livello d'acqua medio $\Delta \bar{\eta}$

In termini differenziali, dividendo tutto per Δx , e andando al limite 0 per Δx

$$\frac{D\bar{\eta}}{Dx} = \frac{1}{\gamma h} \frac{DS_{xx}}{Dx} \quad 2$$



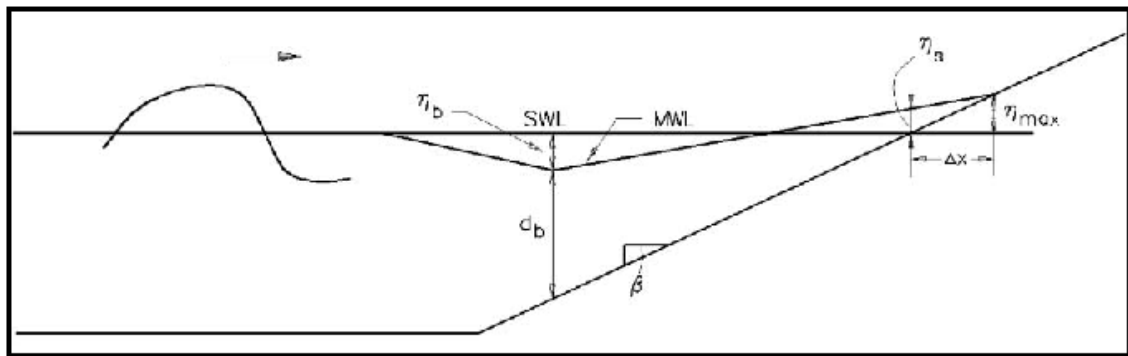
In condizioni molto semplici (Onda monodimensionale, in risalita su una spiaggia perpendicolare alla propagazione), si può facilmente integrare la 1; ponendo $\Delta \eta = \bar{\eta}_{i+1} - \bar{\eta}_i$ si ha:

$$\bar{\eta}_{i+1} = \bar{\eta}_i + (-S_{xx_{i+1}} + S_{xx_i}) / (\rho \cdot g \cdot h) \quad 1b$$

Nell' esercitazione viene appunto svolto questo calcolo in ipotesi molto semplici

. In maniera simile si opera per uno stato di mare con altezza d'onda significativa H_s

Si ottiene un andamento come quello illustrato seguente



Prima della rottura delle onde, è solo lo shoaling ad influenzare $\bar{\eta}$; il suo valore dunque diminuisce (set down) fino al punto di rottura, dove esso assume il valore minimo (vedi figura). Questo effetto è comunque poco rilevante rispetto al successivo set-up. Andando verso terra, il valore di H diminuisce a causa del frangimento (la H diventa sempre minore) e quindi $\bar{\eta}$ aumenta (la derivata ha segno negativo).

Esistono anche equazioni empiriche che tuttavia hanno solo valore indicativo. Il calcolo del set-up è spesso incorporato nei modelli di generazione e propagazione di cui si è parlato prima; la situazione però è spesso complicata dalla formazione di correnti (cioè di movimenti della massa d'acqua indotti dalle onde stesse). **I sistemi software moderni permettono di calcolare, a partire dal moto ondoso, la circolazione ed il set-up.** Per i casi semplici si può ricorrere all'integrazione numerica dell'equazione riportata sopra.

Corrente lungo costa

(non in programma 2017-2018)

Considerando linee di costa indefinite, rettilinee e parallele, x ed y gli assi rispettivamente normali e paralleli alla costa e un fronte d'onda la cui propagazione forma un angolo α con la perpendicolare alla costa x, si genera una corrente parallela alla costa, derivante dal bilancio tra la derivata rispetto alla y dei radiation stress e lo sforzo di fondo.

La variazione del radiation stress lungo la x è equivalente ad una forza F_y su unità di lunghezza agente in direzione y su un volume di controllo a base rettangolare largo Δx , di lunghezza unitaria, e con una profondità d, dunque:

$$F_y = \frac{\Delta S_{yx}}{\Delta x} \Delta x = \Delta S_{yx}$$

In condizioni di equilibrio, questa forza deve essere bilanciata dallo sforzo di fondo $\tau_y \Delta x$. Nasce quindi una velocità V_y , diretta lungo y, che induce uno sforzo di fondo τ_y esprimibile come⁵:

$$\tau_y = \frac{\lambda \rho V_y^2}{8}$$

Quindi, poiché $\tau_y \Delta x = F_y \Rightarrow \frac{\lambda \rho V_y^2}{8} \Delta x = \Delta S_{yx}$

segue

⁵ Si vedano per esempio gli appunti di Fluidodinamica ambientale "Eq Globale e applicazioni"

$$V_y^2 = \frac{8}{\lambda \rho} \frac{\Delta S_{yx}}{\Delta x}$$

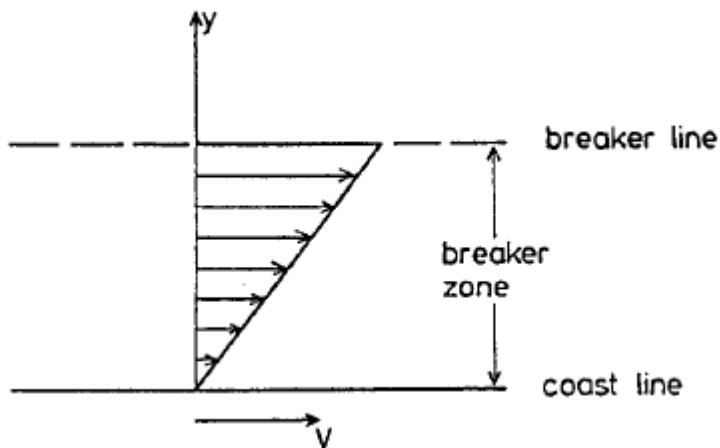
Al limite per $\Delta x \rightarrow 0$

$$\tau_y = \frac{\lambda \rho V_y^2}{8} = \frac{\partial S_{yx}}{\partial x}$$

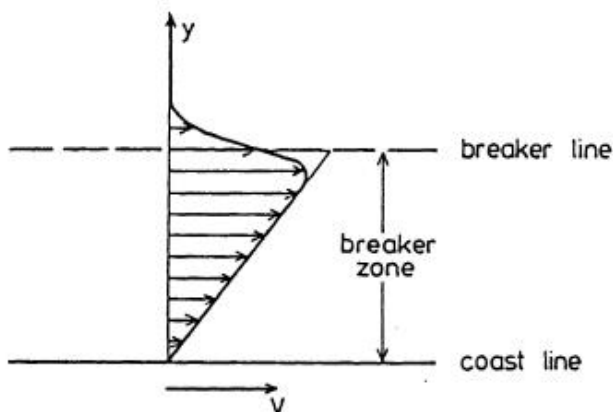
Con lo stesso significato dei simboli riportati sopra si ha .

$$S_{xy} = \left(\frac{1}{8} \rho g H^2 \right) n \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) = E \cdot n \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$

E' quindi *relativamente facile calcolare numericamente la $V_y(x)$, componente lungo costa della corrente stazionaria generata dal moto ondoso*. Il risultato porta ad un andamento della corrente lungo costa relativamente trascurabile al di fuori della zona di rottura, e lineare decrescente mano a mano che si va verso riva



Considerazioni un po' più realistiche, che tengono conto anche dell'effetto di trascinamento dovuto alla turbolenza portano a profili del tipo seguente:



Quando la costa ha una configurazione complessa le correnti indotte dalle onde assumono configurazioni bidimensionali assai difficili da trattare

TRASPORTO SOLIDO “LONG SHORE”

Il trasporto di sedimenti (Sabbia, ciottoli) avviene in acque basse, dopo la linea di frangimento, in direzione parallela alla linea di costa “long-shore”. Esso può essere visto come il risultato di due processi: e cioè del frangimento dell’onda, che porta in sospensione i sedimenti e del trasporto vero e proprio dovuto alle correnti litoranee (di cui un esempio schematico è stato visto prima). Esso interessa una fascia ristretta della costa e la sua intensità e direzione dipendono principalmente dall’altezza, dal periodo e dalla direzione delle onde.

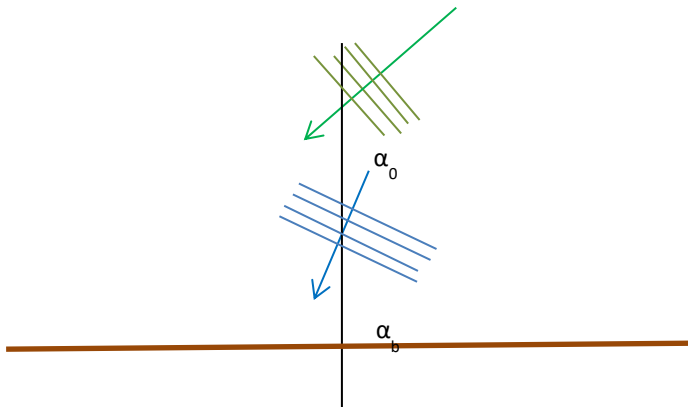
La portata solida in direzione longshore Q_l di materiale solido lungo la costa dipende dal flusso di energia litoranea: esistono molte formule per la sua valutazione, tutte con una struttura simile alla seguente, che è nota come “tipo CERC”

$$Q_l = K H_{sb}^{5/2} \cdot \sin(2 \alpha_b)$$

dove il pedice b si riferisce alle condizioni alla rottura ed α è l’angolo tra la direzione di propagazione e la normale alla costa nel verso entrante (ovvero tra il fronte d’onda e la linea di spiaggia). Il coefficiente K dipende da moltissime variabili e va nei fatti calibrato volta per volta⁶.

Alcune varianti di questa relazione sono riportate negli appunti “Processi Costieri”, e saranno utilizzate nelle esercitazioni.

E’ evidente l’analogia con la formula del radiation stress riportata sopra. (il fattore $\frac{1}{2}$ per passare da $\sin(\alpha_b) \cos(2 \alpha_b)$ a $\sin(2 \alpha_b)$ è ovviamente inglobato nel K)



⁶ Attenzione anche alle unità di misura: il risultato può per esempio essere espresso in m³ al secondo, o in m³ all’anno, con valori quindi diversissimi dei coefficienti.