

PERDITE DI CARICO

Questa pagina contiene una discussione di come si trattano le perdite di carico in una condotta, ed alcune indicazioni su come trattare semplici sistemi in parallelo ed in serie

IL TEOREMA DI BERNOULLI NELLA SUA FORMA ELEMENTARE

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

vale unicamente per i c.d fluidi perfetti, e cioè nell'ipotesi che siano trascurabili gli sforzi tangenziali.

Estendendo al caso dei c.d, fluidi reali, e cioè nell' ipotesi che gli sforzi tangenziali NON siano trascurabili, la formula diventa:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum JL + \sum \xi \quad *$$

dove le J sono le perdite di carico "distribuite", che avvengono lungo le condotte e sono – appunto – distribuite lungo la lunghezza L, e le x sono le perdite concentrate, che avvengono in sezioni particolari (valvole, strozzature).

Si lascia allo studente di ricavare l'estensione quando il teorema di Bernouilli venga scritto nella formula solitamente impiegata per i gas (ma sempre in ipotesi di NON comprimibilità)

$$\rho g Z_1 + p_1 + \rho V_1^2/2 = \rho Z_2 + p_2 + V_2^2/2 \quad **$$

NB Il criterio di NON comprimibilità in moto permanente per un aeriforme è:

Mach < 0.5 dove il numero di Mach è dato da V/C, essendo V una velocità "tipica" del fenomeno e C la velocità del suono nel mezzo: per l'acqua circa 1400 m/s, per l'aria in condizioni standard circa 330 m/s.

PERDITE DI CARICO CONCENTRATE

Il modo migliore di rappresentare le perdite di carico concentrate ξ è quello di indicarle in funzione del termine cinetico nella condotta

$$\xi = k \frac{V^2}{2g}$$

dove k dipende dalla geometria del problema.

Evidentemente può essere indicato anche come :

$$\xi = Kq^2$$

E' facile verificare il legame tra k e K

E' bene ricordare il valore di k per l'arrivo in un serbatoio ($k=1$) e per l'immissione in una condotta ($k= 0.5$ circa); per il brusco allargamento (perdita di Borda) è conveniente basarsi sulle due considerazioni seguenti:

1) nell' immissione di un getto con velocità V in un fluido fermo si perde tutto il termine cinetico $V^2/(2g)$

2) un osservatore in moto con velocità V_2 vede arrivare un getto con velocità relativa (V_2-V_1)

La considerazione dell'esistenza della sezione contratta ed un semplice ragionamento permettono di applicare queste conclusioni anche al restringimento delle tubazioni.

In ogni caso per curve, allargamenti e restringimenti di uso comune, k è solitamente dell' ordine di 1, il che vuol dire che può essere trascurato nel caso di condotte abbastanza lunghe. Cosa voglia dire "abbastanza" in questo contesto, è argomento di esercizio.

k naturalmente può essere invece assai maggiore di 1 se la perdita è voluta- come ad esempio in un valvola che serva a ridurre la portata. Si può facilmente ricavare il k per una valvola che, in una tubazione di sezione S riduca la sezione a σ .

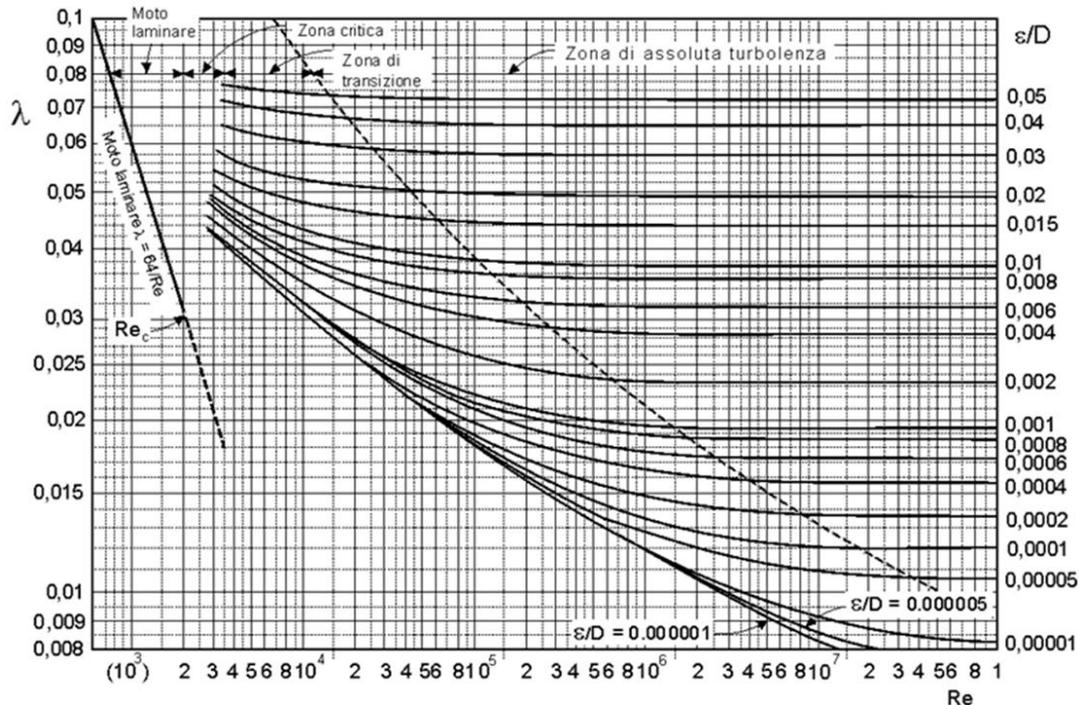
Ovviamente, se si utilizza il teorema nella forma **, anche le perdite di carico devono essere moltiplicate per $\gamma = \rho g$

FORMULE PER LE PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE

La formula fondamentale per la cadente piezometrica è quella di Darcy-Weisbach.

$$J = \lambda V^2 / (2 g D)$$

Dove il numero di resistenza λ è dato dall'abaco di Moody:



In ascissa è riportato il numero di Reynolds $Re=VD/v$; il parametro delle varie curve è la scabrezza relativa ϵ/D .

Utilizzando il diagramma è possibile e facile risolvere il problema del calcolo della cadente piezometrica J , nota la portata, il diametro D e la scabrezza ϵ

$$J = \lambda V^2 / (2 g D)$$

Un po' più complesso è il calcolo della Velocità V se sono note ϵ e J

In questo caso si va per "approssimazioni successive": si assegna una velocità di tentativo V_{t0} , e con questa si calcola il Reynolds di tentativo Re_{t1} ; con questo si va sul diagramma e sulla curva ϵ/D si trova il λ_{t1} di primo tentativo; con questo si calcola il nuovo valore del Reynolds Re_0 , e si trova una nuova velocità V_{t1} ; con questa si rifà il procedimento fino a che le due velocità successive sono abbastanza simili

La formula di Darcy Weisbach sopra riportata è quella più completa per il calcolo delle perdite di carico. Tuttavia esistono altre formulazioni che possono essere utili per motivi pratici o di tradizione

In particolare, moltiplicando numeratore e denominatore per la sezione della tubazione al quadrato, la formula di Darcy

$$J = Bq^2 / D^5$$

Quest'ultima è tradizionalmente impiegata per tubazioni di ghisa, con i valori di B (spesso indicati con β) tabellati, ma è utile impiegare una formula della la stessa struttura anche per altri materiali, specialmente se il problema deve essere formulato

avendo la portata come incognita. In questo caso si ricava B in funzione di λ con semplici passaggi.

$$B = 8 \lambda / (g \pi^2)$$

Altre formule (Chezy, Bazin, etc) citate in vari manuali hanno ormai quasi soltanto valore storico; è sufficiente saperle reperire ed impiegare.

Vale la pena inoltre di considerare la formula di Gauckler Strickler, che si usa ancora spesso per i canali.

$$J = V^2 / (K^2 R^{3/4})$$

Una formulazione frequente per gli usi pratici è quella

$$J = \text{Coeff} * q^n * D^{-m}$$

(formula monomia) in cui n ed m differiscono dai valori 2 e 5 delle formule alla Darcy, per tener conto in maniera empirica degli effetti delle variazioni del numero di Reynolds. La formula di Gauckler Strickler è appunto di questo tipo. Formule analoghe si usano per esempio per il calcolo delle condotte del gas a bassa pressione; per quanto riguarda questi ultimi, e fermo restando quanto sopra ricordato in merito all'applicabilità, è utile ricordare che invece di considerare la perdita di carico in metri (Dh), si considera la caduta di pressione; le formule vanno quindi moltiplicate per $\gamma = \rho g$. La formula di Darcy si usa quindi nel modo seguente:

$$\Delta P = \lambda \rho V^2 / (2 D)$$

Tipici problemi pratici (e quindi tipici esercizi) possono essere i seguenti:

Nota la portata Q, la differenza di carico ΔH_{ab} , la lunghezza della tubazione L, il diametro D, la scabrezza ε , calcolare la differenza di carico ΔH_{ab}

(semplice applicazione delle formule)

Nota la differenza di carico ΔH_{ab} , la lunghezza della tubazione L, il diametro D, la scabrezza ε , calcolare la portata Q

(la semplice applicazione delle formule non basta perché non è noto il Re; tuttavia nella maggior parte dei casi, è sufficiente supporre un Re alto, cioè nella zona orizzontale delle curve; fatto ciò si ricalcola il Re sulla base della portata trovata si verifica se il Re trovato è effettivamente sul tratto orizzontale; se sì, abbiamo rotato. Se no, si va sull'abaco di nuovo e si ricalcola un nuovo λ , e di qui una nuova Q; si procede quindi iterando)

In maniera analoga si risolvono esercizi come quelli precedenti, ma con n tubazioni in serie

Nota la portata Q la differenza di carico ΔH_{ab} , la lunghezza della tubazione L, la scabrezza ε , calcolare il diametro D,

(anche qui un problema di approssimazioni successive: non solo non si conosce D e quindi non si può calcolare Re, ma non si conosce neanche ε/D e quindi non si può scegliere la curva sull'abaco. Si fissa dunque un D di tentativo e si eseguono i calcoli, ottenendo un nuovo D. Si può volendo iterare. Ma poiché i diametri disponibili sono

un numero limitato- tipo 100, 150, 200...- è più semplice eseguire il calcolo della portata per un valore di D realistico attorno a quello ottenuto. Si verifica quindi che la Q ottenuta sia maggiore di quella richiesta

Nota la differenza di carico ΔH_{ab} , la lunghezza della tubazione L , il diametro D , la scabrezza ε , la portata Q , calcolare la perdita di carico concentrata ΔH_{ab} necessaria per far passare la portata.

(semplice applicazione delle formule)

Per tutti gli esercizi precedenti bisogna essere in *grado di tracciare le piezometriche in maniera corretta*

Le formule possono essere impiegate anche per tubazioni non circolari; in tal caso si impiega il raggio idraulico R_i che è dato dal rapporto tra area della sezione e perimetro bagnato.

Esercizio: qual'è il R_i di una sezione circolare? come si modifica la formula di Darcy Weisbach in modo da esser impiegabile con R_i anziché con D ?

SIFONI, RESTRINGIMENTI E ASPIRAZIONE

Succede a volte (anche se la cosa è da evitarsi quando si può) che una condotta funzioni "in depressione", cioè con pressione assoluta minore della pressione ambiente, ovvero con pressione relativa minore di zero (la piezometrica relativa al di sotto dell'asse della condotta). Ovviamente c'è un minimo fisico, per cui la pressione relativa deve comunque essere $> -\rho_a/\gamma$, anzi anche un po' maggiore, perché appena la pressione assoluta si avvicina allo zero cominciano a formarsi bolle.

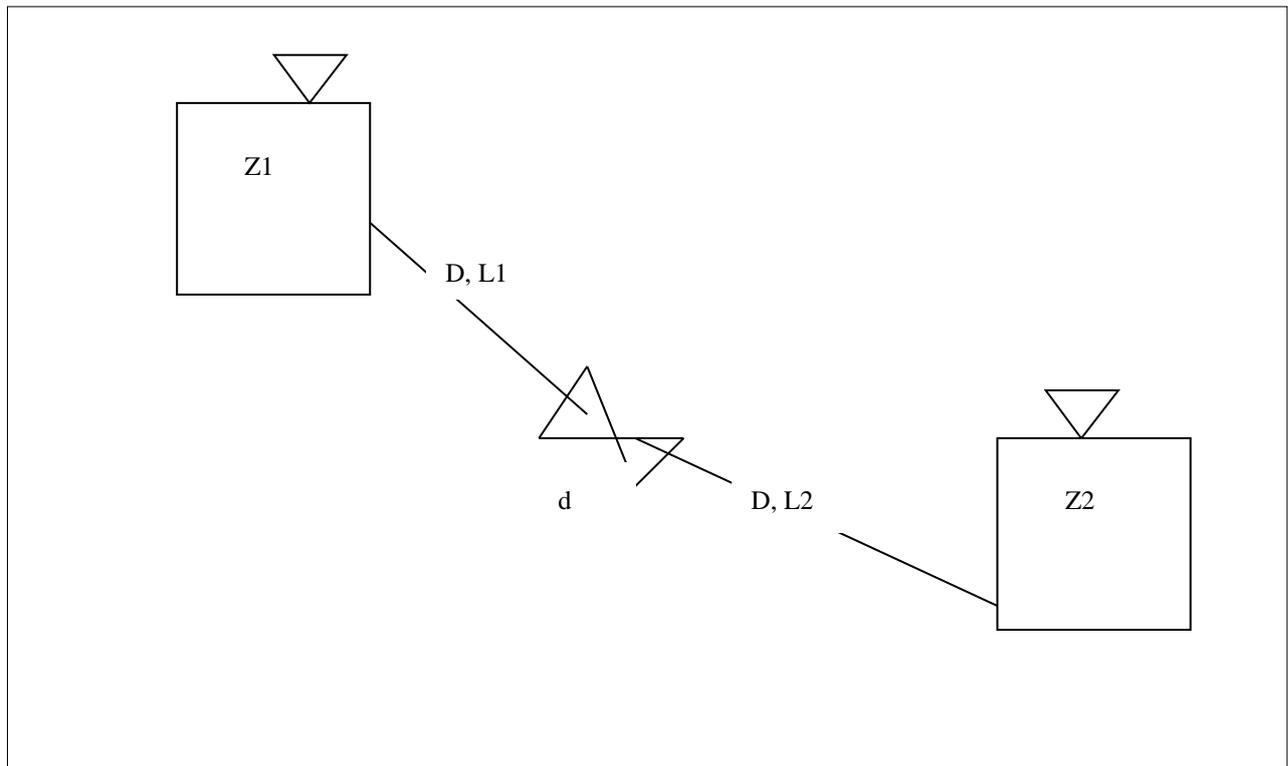
Ciò può succedere per due motivi diversi, anche se naturalmente entrambi i fenomeni possono coesistere:

- restringimento della tubazione (come in un venturimetro)
- andamento altimetrico della condotta.

restringimento della tubazione –sifoni

questo paragrafo non è in programma per l'AA 2018-2019

Consideriamo lo schema seguente.



Due tratti di tubazione di lunghezza rispettivamente L_1 ed L_2 , diametro D , sezione S e scabrezza ϵ , collegati da un convergente - divergente (per esempio un venturimetro) il cui diametro interno è d e la sezione S_d .

Si calcola come al solito la portata q ; si verifica poi che nella sezione d la pressione sia ammissibile (può essere negativa ma in modulo non maggiore di p_a/γ , anzi di $0,8 p_a/\gamma$). Se questo si verifica, occorre ricalcolare la portata q_1 effettivamente transitante nella tubazione utilizzando l'equazione del moto * tra il serbatoio 1 e la sezione d (immediatamente a monte della perdita di calcolo dovuta all'allargamento).

Sia il rapporto tra le due sezioni S_d e S , sia la differenza di quota $Z_d - Z_1$ influenzano il risultato.

Anche se non c'è sezione ristretta ($S=S_d$) si possono avere pressioni negative (*sifone*) a causa dell'altimetria. Occorre dunque verificare i punti più alti della tubazione.

La perdita di carico nel convergente divergente $x = K q^2$ si può calcolare come brusco allargamento dalla sezione ridotta S_d a quella piena S , e riducendola poi di un coefficiente ALFA ($=0,4$) per tenere conto che l'allargamento non è brusco.

Il file EXCEL ApplicazioniCondotte.xls (foglio SifonieAspirazione) riporta i calcoli necessari per questo tipo di esercizi. Variando d e Z_d si possono ottenere i diversi casi

SISTEMI COMPLESSI DI TUBAZIONI

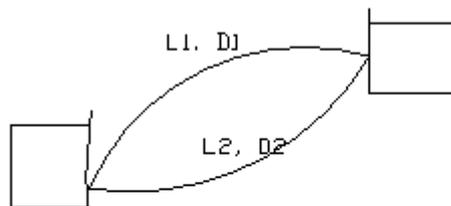
Sistemi di tubazioni veramente complessi – le reti – possono essere composti da decine, centinaia, migliaia di tronchi, nodi, perdite di carico concentrate, serbatoi

pompe etc. Lo studio di tali sistemi complessi non rientra tra gli argomenti del primo corso di Idraulica.

Sistemi più semplici – e molto frequenti- possono essere trattati con tecniche elementari. Tra questi c'è il cosiddetto problema dei 3 serbatoi – trattato separatamente - ed il caso delle tubazioni parallele.

Tubazioni in parallelo

Consideriamo due tronchi di tubazione in parallelo:



Si ha:

$$\Delta h = \frac{q_1^2 \cdot L_1 \cdot \beta_1}{D_1^5}$$

ed anche

$$\Delta h = \frac{q_2^2 \cdot L_2 \cdot \beta_2}{D_2^5}$$

dunque:

$$q_1 = \sqrt{\frac{\Delta h_1 D_1^5}{\beta L_1}} \quad \text{e} \quad q_2 = \sqrt{\frac{\Delta h_2 D_2^5}{\beta L_2}}$$

sommando si ottiene la portata totale Q:

$$Q = q_1 + q_2 = \sqrt{\Delta h} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{L_1 \cdot \beta_1}{D_1^5}}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{L_2 \cdot \beta_2}{D_2^5}}} \right)$$

che permette di risolvere sistemi di tubazioni in parallelo; una forma mnemonicamente più facile si ottiene introducendo la c.d. "resistenza idraulica equivalente" r , data da

$$\Delta h = r q^2$$

(la sua espressione è facilmente ottenibile a partire per esempio dalla formula di Darcy o da quella di Darcy Weisbach)

In questo caso il risultato precedente si può facilmente esprimere come

$$\Delta h = r_{1,2} (q_1 + q_2)^2$$

con

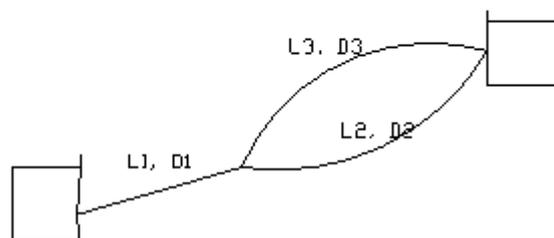
$$1/r_{1,2} = (1/r_1) + (1/r_2)$$

E' evidente l'analogia (e la differenza) con la legge di Ohm.

E' facile ricavare l'espressione per n tubazioni in parallelo.

ESERCIZIO

Si consideri un sistema di tre tubazioni, due (la 2 e la 3 in parallelo tra di loro, la 1 in serie, tra due serbatoi il cui dislivello è dh).



Il foglio EXCEL [ApplicazioniCondotte.xls](#) (foglio PARALLELO) riporta la soluzione di un problema di calcolo di portate ottenuto impiegando le formule sopra indicate. (I valori dh , r_1 , r_2 ed r_3 sono arbitrari, ma realistici). E' possibile (ed utile) farlo eseguire con diversi valori.