PERDITE DI CARICO

Questa pagina contiene una discussione di come si trattano le perdite di carico in una condotta, ed alcune indicazioni su come trattare semplici sistemi in parallelo ed in serie

IL TEOREMA DI BERNOULLI NELLA SUA FORMA ELEMENTARE

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

vale unicamente per i c.d fluidi perfetti, e cioè nell'ipotesi che siano trascurabili gli sforzi tangenziali.

Estendendo al caso dei c.d, fluidi reali, e cioè nell' ipotesi che gli sforzi tangenziali NON siano trascurabili, la formula diventa:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum JL + \sum \xi \qquad *$$

dove le J sono le perdite di carico "distribuite", che avvengono lungo le condotte e sono – appunto – distribuite lungo la lunghezza L, e le x sono le perdite concentrate, che avvengono in sezioni particolari (valvole, strozzature). Un esperimento che dimostra l'esistenza delle PdC distribuite e della cadente piezometrica J è descritto nelle pagine da 181 a 183 del testo di Marone.

Si lascia allo studente di ricavare l'estensione quando il teorema di Bernouilli venga scritto nella formula solitamente impiegata per i gas (ma sempre in ipotesi di NON comprimibilità)

ρ g Z1+ p1 + ρ V1^2/2 = ρ Z2+ p2 + V2^2/2 **

NB Il criterio di NON comprimibilità in moto permanente per un aeriforme è:

Mach <0.5 dove il numero di Mach è dato da V/C, essendo V una velocità "tipica" del fenomeno e C la velocità del suono nel mezzo: per l'acqua circa 1400 m/s, per l'aria in condizioni standard circa 330 m/s.

PERDITE DI CARICO CONCENTRATE

Il modo migliore di rappresentare le perdite di carico concentrate x è quello di indicarle in funzione del termine cinetico nella condotta

$$\xi = k\frac{V^2}{2g}$$

dove k dipende dalla geometria del problema.

Evidentemente può essere indicato anche come :

$$\xi = Kq^2$$

E' facile verificare il legame tra k e K

E' bene ricordare il valore di k per l'arrivo in un serbatoio (k=1) e per l'immissione in una condotta (k= 0.5 circa); per il brusco allargamento (perdita di Borda) è conveniente basarsi sulle due considerazioni seguenti:

1) nell' immissione di un getto con velocità V in un fluido fermo si perde tutto il termine cinetico V^2/(2g)

2) un osservatore in moto con velocità V2 vede arrivare un getto con velocità relativa (V2-V1)

La considerazione dell'esistenza della sezione contratta ed un semplice ragionamento permettono di applicare queste conclusioni anche al restringimento delle tubazioni.

In ogni caso per curve, allargamenti e restringimenti di uso comune, k è solitamente dell' ordine di 1, il che vuol dire che può essere trascurato nel caso di condotte abbastanza lunghe. Cosa voglia dire "abbastanza" in questo contesto, è argomento di esercizio.

k naturalmente può essere invece assai maggiore di 1 se la perdita è voluta- come ad esempio in un valvola che serva a ridurre la portata. SI puo facilmente ricavare il k per una valvola che, in una tubazione di sezione S riduca la sezione a σ.

Ovviamente, se si utilizza il teorema nella forma **, anche le perdite di carico devono essere moltiplicate per $\gamma = \rho g$

FORMULE PER LE PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE

La formula fondamentale per la cadente piezometrica è quella di Darcy-Weisbach.

$$J = \lambda \; V^2 / (2 \; g \; D)$$

Da questa si ricava, moltiplicando numeratore e denominatore per la sezione della tubazione al quadrato, la formula di Darcy

$$J = Bq^2 / D^5$$

Quest'ultima è tradizionalmente impiegata per tubazioni di ghisa, con i valori di B (spesso indicati con β) tabellati, ma è utile impiegare una formula della la stessa struttura anche per altri materiali, specialmente se il problema deve essere formulato avendo la portata come incognita. In questo caso si ricava B in funzione di λ con semplici passaggi.

$$\beta = 8 \lambda / (g \pi^2)$$

Le altre formule (Chezy, Bazin, etc) citate in vari manuali hanno ormai quasi soltanto valore storico; è sufficiente saperle reperire ed impiegare.

Vale la pena di considerare la formula di Gaukler Strickler, che si usa ancora spesso per i canali.

$J = V^2 / (K^2 R^{3/4})$

Una formulazione frequente per gli usi pratici è quella

$J = Coeff * q^n * D^{-m}$

(formula monomia) in cui n ed m differiscono dai valori 2 e 5 delle formule alla Darcy, per tener conto in maniera empirica degli effetti delle variazioni del numero di Reynold. La formula di Gauckler Strickler è appunto di questo tipo. Formule analoghe si usano per esempio per il calcolo delle condotte del gas a bassa pressione; per quanto riguarda questi ultimi, e fermo restando quanto sopra ricordato in merito all'applicabilità, è utile ricordare che invece di considerare la perdita di carico in metri (Dh), si considera la caduta di pressione; le formule vanno quindi moltiplicate per $\gamma = \rho g$. La formula di Darcy si usa quindi nel modo seguente:

$\Delta P = \lambda \rho V^2 / (2 D)$

Chi è interessato ad approfondire può utilmente consultare gli appunti del prof. Bovolin, che discutono anche gli aspetti storici del problema.

Le formule possono essere impiegate anche per tubazioni non circolari; in tal caso si impiega il raggio idraulico Ri che è dato dal rapporto tra area della sezione e perimetro bagnato.

Esercizio: qual'è il Ri di una sezione circolare? come si modifica la formula di Darcy Weisbach in modo da esser impiegabile con Ri anziché con D?

SIFONI, RESTRINGIMENTI E ASPIRAZIONE

Succede a volte (anche se la cosa è da evitarsi quando si può) che una condotta funzioni "in depressione", cioè con pressione assoluta minore della pressione ambiente, ovvero con pressione relativa minore di zero (la piezometrica relativa al di sotto dell'asse della condotta). Ovviamente c'è un minimo fisico,per cui la pressione relativa deve comunque essere > $-p_a/\gamma$, anzi anche un po' maggiore, perché appena la pressione assoluta si avvicina allo zero cominciano a formarsi bolle.

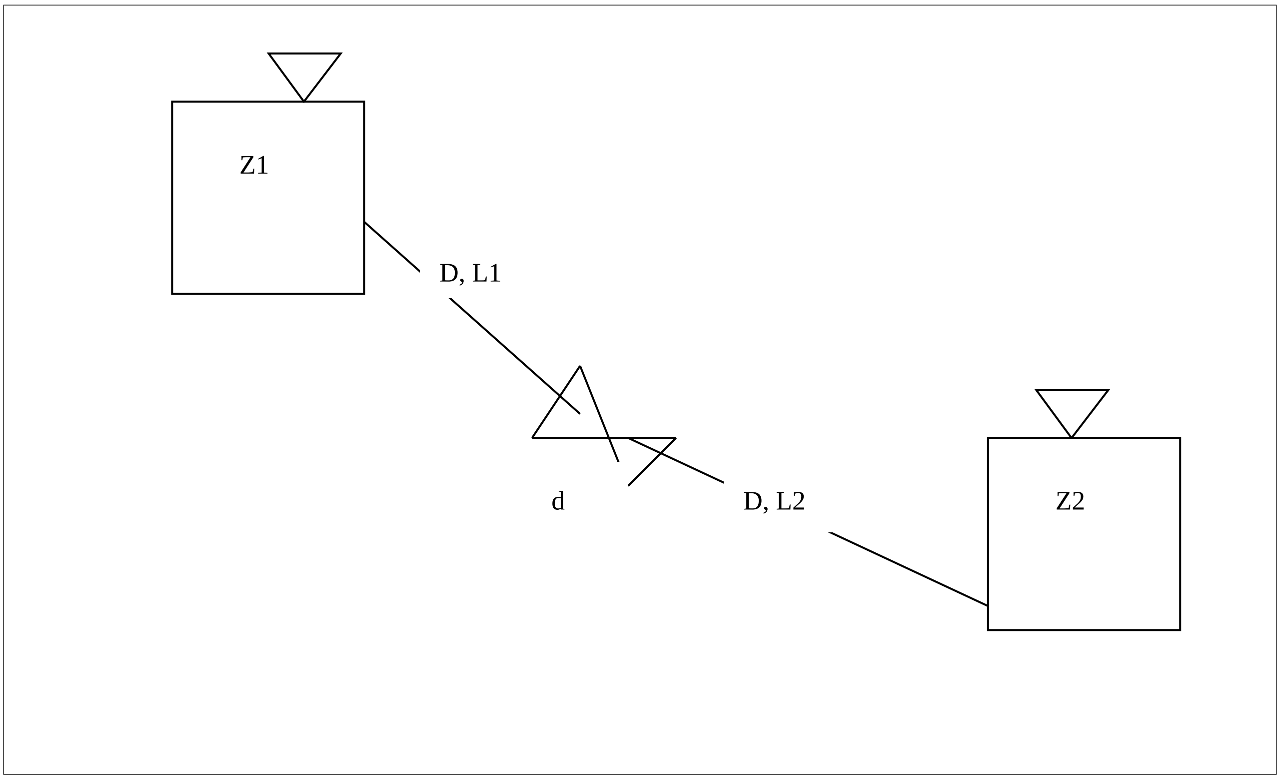
Ciò può succedere per due motivi diversi, anche se naturalmente entrambi i fenomeni possono coesistere:

- restringimento della tubazione (come in un venturimetro)

- andamento altimetrico della condotta.

restringimento della tubazione -sifoni

Consideriamo lo schema seguente.



Due tratti di tubazione di lunghezza rispettivamente L1 ed L2 , diametro D, sezione S e scabrezza eps, collegati da un convergente - divergente (per esempio un venturimetro) il cui diametro interno è d e la sezione Sd.

Si calcola come al solito la portata q; si verifica poi che nella sezione d la pressione sia ammissibile (puo' essere negativa ma in modulo non maggiore di p_a/γ, anzi di 0,8 p_a/γ. Se questo si verifica, occorre ricalcolare la portata q1 effettivamente transitante nella tubazione utilizzando l'equazione del moto * tra il serbatoio 1 e la sezione d (immediatamente a monte della perdita di calcolo dovuta all'allargamento.

Sia il rapporto tra le due sezioni Sd e S, sia la differenza di quota Zd - Z1 influenzano il risultato.

Anche se non c'è sezione ristretta (S=Sd) si possono avere pressioni negative (*sifone*) a causa dell'altimetria. Occorre dunque verificare i punti più alti della tubazione.

La perdita di carico nel convergente divergente $x = K q^2$ si può calcolare come brusco allargamento dalla sezione ridotta Sd a quella piena S, e riducendola poi di un coefficiente ALFA (=0,4) per tenere conto che l'allargamento non è brusco. Il file EXCEL ApplicazioniCondotte.xls (foglio **SifonieAspirazione**) riporta i calcoli necessari per questo tipo di esercizi. Variando d e Zd si possono ottenere i diversi casi

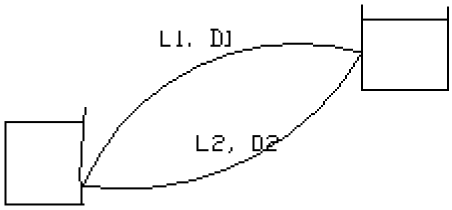
SISTEMI COMPLESSI DI TUBAZIONI

Sistemi di tubazioni veramente complessi – le reti – possono essere composti da decine, centinaia, migliaia di tronchi, modi, perdite di carico concentrate, serbatoi pompe etc. Lo studio di tali sistemi complessi non rientra tra gli argomenti del primo corso di Idraulica.

Sistemi più semplici – e molto frequenti- possono essere trattati con tecniche elementari. Tra questi c'e il cosiddetto problema dei 3 serbatoi – trattato separatamente - ed il caso delle tubazioni parallele.

Tubazioni in parallelo

Consideriamo due tronchi di tubazione in parallelo:



Si ha:

$$\Delta h = \frac{q_1^2 \cdot L_1 \cdot \beta_1}{D_1^5}$$

e

ed anche

$$\Delta h = \frac{q_2^2 \cdot L_2 \cdot \beta_2}{D_2^5}$$

dunque:

$$q_1 = \sqrt{\frac{\Delta h_1 D_1^5}{\beta L_1}}$$

e

$$q_2 = \sqrt{\frac{\Delta h_2 D_2^5}{\beta L_2}}$$

$$q_2 = \sqrt{\frac{\Delta h_2 D_2^5}{\beta L_2}}$$

sommando si ottiene che la portata totale:

$$Q = q_1 + q_2 = \sqrt{\Delta h} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{L_1 \cdot \beta_1}{D_1^5}}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{L_2 \cdot \beta_2}{D_2^5}}} \right)$$

Che permette di risolvere sistemi di tubazioni in parallelo; una forma mnemonicamente

più facile si ottiene introducendo la c.d. "resistenza idraulica equivalente" **r,** data da

$\Delta h = r\, q^2$

(la sua espressione è facilmente ottenibile a partire per esempio dalla formula di Darcy o da quella di Darcy Weisbach)

In questo caso il risultato precedente si può facilmente esprimere come

$\Delta h = r_{1,2}\ (q1+q2)^2$

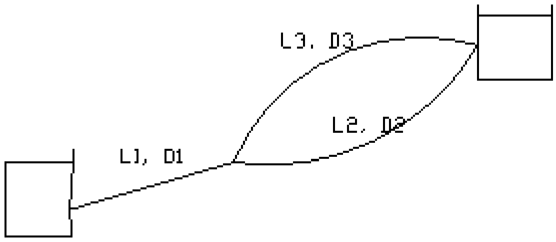
con

1/Ö$r_{1,2}$ = Ö(1/ r_1)+ Ö(1/ r_2)

E' evidente l'analogia (e la differenza) con la legge di Ohm. E' facile ricavare l'espressione per due tubazioni in parallelo.

ESERCIZIO

Si consideri un sistema di tre tubazioni, due (la 2 e la 3 in parallelo tra di loro, la 1 in serie, tra due serbatoi il cui dislivello è dh.



Il foglio EXCEL ApplicazioniCondotte.xls (foglio PARALLELO) riporta la soluzione di un problema di calcolo di portate ottenuto impiegando le formule sopra indicate. (I valori dh, r1, r2 ed r3 sono arbitrari, ma realistici). E' possibile (ed utile) farlo eseguire con diversi valori.